

ЛЕКЦИЯ 8

Характеристики рабочих процессов. Силовой анализ механизма: постановка задачи. Использование результатов силового анализа в проектировании механизмов. Исследование разрешимости задачи силового анализа механизма в общей постановке. Способы понижения числа неизвестных сил и моментов при силовом анализе механизмов.

8.1. Характеристики рабочих процессов

Характеристикой рабочего процесса называют математическую модель полезной нагрузки, приложенной к рабочему органу машины. Характеристика рабочего процесса представляется в виде:

$$P = F(\ddot{x}, \dot{x}, x, t),$$

где x – координата рабочего органа, t – время. Такую характеристику называют *статической*, так как она не учитывает того факта, что полезная нагрузка прикладывается к рабочему органу не мгновенно. Как правило, в большинстве задач силового анализа такого упрощенного представления о характере силы полезного сопротивления бывает достаточно. При необходимости учета постепенного приложения нагрузки переходят к *динамической* характеристике рабочего процесса:

$$\tau \dot{P} + P = F(\ddot{x}, \dot{x}, x, t),$$

где τ , c – постоянная времени полезной нагрузки. Нетрудно заметить, что при $\tau = 0$ будем иметь статическую характеристику.

Пример 1.

Простейшая характеристика рабочего процесса подъемного крана имеет вид:

$$P = mg = const ,$$

где m – наибольшая масса поднимаемого груза, g - ускорение свободного падения.

Пример 2.

Характеристика рабочего процесса $P = F(x)$ воздушного поршневого компрессора изображена на рис. 31: P – равнодействующая сил давления воздуха на поршень, x_1 – положение поршня, при котором закрыты впускной и выпускной клапаны (сжатие), x_2 – при котором открывается выпускной клапан

(нагнетание), x_3 – при котором закрывается выпускной клапан (разрежение), x_4 – при котором открывается впускной клапан (всасывание).

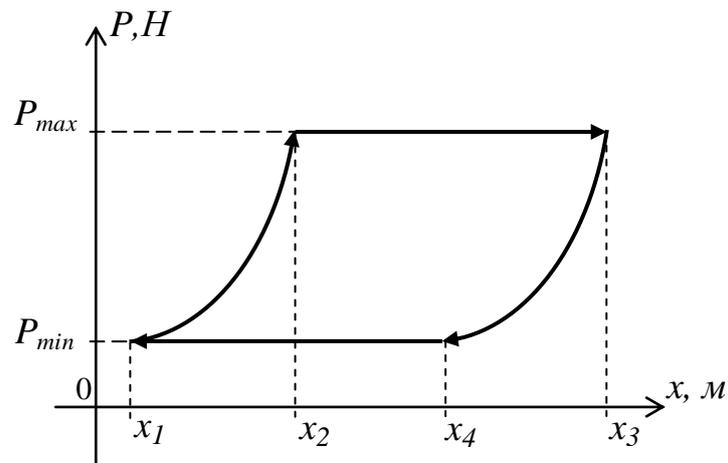


Рис. 31

Работа силы полезного сопротивления воздуха за один цикл вычисляется как площадь внутри характеристики рабочего процесса: $A_y = \oint F(x)dx$.

Определение характеристик рабочих процессов конкретных машин и агрегатов не является задачей теории механизмов. Например, рабочие характеристики металлорежущих станков определяются в теории резания, компрессоров – в теории компрессорных машин и т.д.

8.2. Силовой анализ механизма

Дадим постановку задачи силового анализа. Известны: кинематическая схема механизма, результаты его структурного и кинематического анализа, массово-геометрические характеристики звеньев (массы, центры масс, моменты инерции относительно осей, проходящих через центры масс), характеристики рабочих процессов. Известны также активные силы, приложенные к звеньям (ветровая нагрузка, силы тяжести, силы упругости пружин и т.п.). Требуется определить:

- главные векторы и главные моменты сил реакций в кинематических парах механизма;
- Обобщенные движущие силы и моменты на входных звеньях механизма.

В приближенных расчетах на ранних стадиях проектирования силовой анализ механизма проводят в предположении, что звенья – абсолютно твердые тела. Ясно, что силовой анализ требует предварительной конструкторской проработки механизма, так как приближенные значения массово-геометрических характеристик звеньев могут быть получены, если известны

основные геометрические размеры звеньев и материалы, из которых они будут изготовлены.

Результаты силового анализа в дальнейшем проектировании механизма используются следующим образом. Информация о силах и моментах реакции в кинематических парах позволяет, при необходимости, рассчитать силы трения и уточнить силовой расчет механизма, а также выполнить прочностные расчеты звеньев. Информация о движущих силах и моментах дает возможность рассчитать энергетические характеристики машины и правильно спроектировать привод. Кроме того, имея результаты силового анализа, можно решать оптимизационные задачи проектирования (например, спроектировать механизм, обладающий наименьшей массой или наибольшим коэффициентом полезного действия). Таким образом, силовой анализ является важным этапом исследования механизмов в решении задач проектирования и модернизации машин.

8.3. Исследование разрешимости задачи силового анализа в общей постановке

Пусть имеется механизм, состоящий из некоторого числа n звеньев. Предположим, что в данном механизме имеются кинематические пары всех классов. Определим число независимых уравнений, описывающих динамику движения этого механизма. Так как в механизме одно звено неподвижно (стойка), то число подвижных звеньев составит $n - 1$. Число степеней свободы системы из $n - 1$ твердых тел в трехмерном пространстве равно $6(n - 1)$, что составляет число независимых уравнений динамики N_y . Определим теперь число неизвестных сил и моментов, которые требуется найти. В общем случае в каждой кинематической паре будем иметь три неизвестных силы реакции и три неизвестных момента реакции. Следовательно, общее число неизвестных реакций составит $\sum_{i=1}^5 6p_i$, где i - класс кинематической пары, p_i - число кинематических пар класса i . Число неизвестных обобщенных движущих сил равно числу степеней свободы механизма, согласно формуле Сомова - Малышева:

$$W = 6(n - 1) - \sum_{i=1}^5 ip_i,$$

тогда общее число неизвестных сил и моментов

$$N_n = W + \sum_{i=1}^5 6p_i = 6(n - 1) + \sum_{i=1}^5 (6 - i)p_i.$$

Разность чисел N_n и N_y составит

$$N_n - N_y = 6(n-1) + \sum_{i=1}^5 (6-i)p_i - 6(n-1) = \sum_{i=1}^5 (6-i)p_i > 0.$$

Вывод: число неизвестных превышает число независимых уравнений, поэтому задача силового анализа без дополнительных условий, учитывающих особенности конкретного механизма, является неразрешимой.

8.4. Способы понижения числа неизвестных сил и моментов

Механизмы в действительности обладают особенностями, учитывая которые, можно уменьшить число неизвестных реакций, заведомо приравняв к нулю некоторые из них. *Одним из способов уменьшения числа неизвестных реакций является допущение, что силы трения в кинематических парах пренебрежимо малы по сравнению с остальными действующими на механизм силами.* Это допущение во многих случаях справедливо, так как с целью повышения КПД и долговечности механизма, трение в кинематических парах при конструировании и эксплуатации механизмов стремятся сделать как можно меньшим (например, применяя подшипники качения и смазку). Без учета трения связи в кинематических парах можно считать идеальными, так как они не совершают работы на допускаемых ими перемещениях. Таким образом, пренебрегая силами трения, можно в каждой кинематической паре уменьшить число неизвестных сил и моментов настолько, сколько составляет число степеней свободы пары.

Пример

В поступательной кинематической паре (рис. 32) с числом степеней свободы $W_r = 1$, при условии отсутствия трения имеем:

$$\delta A = R_x \delta x = 0,$$

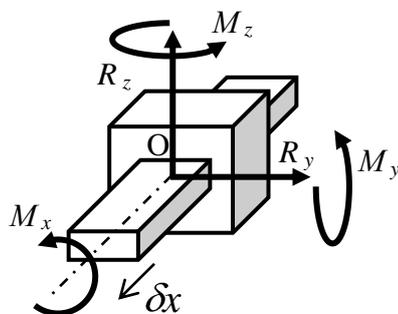


Рис. 32

Где δA - элементарная работа реакций на допускаемых связями перемещениях. Из этого уравнения, в силу $\delta x \neq 0$ следует, что $R_x = 0$.

Кинематические пары, кроме того, всегда имеют зазоры, так как подвижное соединение твердых тел практически нельзя обеспечить, не предусмотрев зазор между ними. *Это обстоятельство позволяет приравнять к нулю те силы и моменты реакций, которые действуют в направлении зазоров (в направлении зазора нет контакта между звеньями, а, следовательно, нет и реакции).*

При выполнении силового анализа механизма, как правило, применяются оба указанных способа. Переходить к составлению системы уравнений и ее решению целесообразно только после того, как станет ясно, что число неизвестных сил и моментов равно числу независимых уравнений динамики звеньев.

Контрольные вопросы

1. Что называют характеристикой рабочего процесса?
2. Чем отличается динамическая характеристика рабочего процесса от статической?
3. Сформулируйте задачу силового анализа механизма.
4. Каким образом результаты силового анализа механизма могут быть использованы при проектировании машины?
5. Имеет ли решение задача силового анализа механизма без дополнительных условий? Обоснуйте свой ответ.
6. Какие существуют способы уменьшения числа неизвестных сил и моментов реакций?

ЛЕКЦИЯ 9

Реакции в кинематических парах. Уравнения кинетостатики. Теорема Жуковского. Определение обобщенной движущей силы методом Жуковского.

9.1. Реакции в кинематических парах

Как известно, кинематические пары разделяются на высшие и низшие. Высшие пары характеризуются тем, что контакт звеньев в них осуществляется по линии или в точке. Соответственно, точка приложения равнодействующей сил реакций в высшей паре является известной, либо известна линия, на которой лежит точка приложения этой равнодействующей (Рис 33,а). В низших парах звенья соприкасаются по поверхности, поэтому нельзя заранее указать, в какой точке поверхности контакта будет приложена равнодействующая сил реакций (Рис. 33,б).

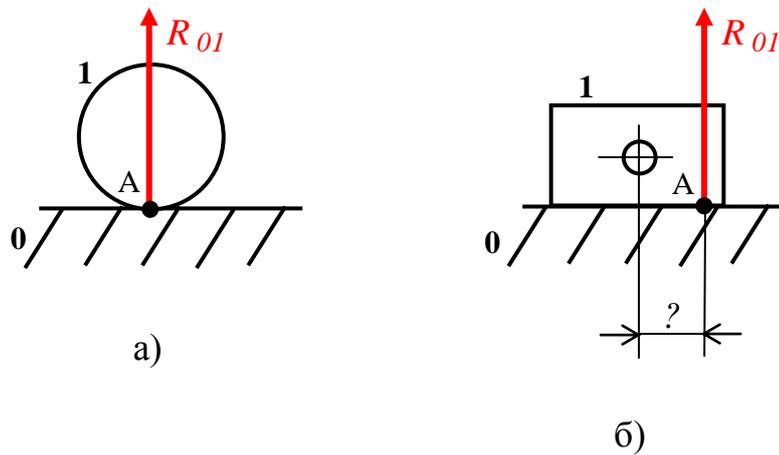


Рис. 33

Обозначение R_{ij} следует читать так: «реакция, действующая со стороны звена i на звено j ». Согласно аксиоме действия и противодействия $\bar{R}_{ji} = -\bar{R}_{ij}$.

9.2. Уравнения кинетостатики

Слово «кинетостатика» образовано сочетанием двух греческих слов: *kinetos* – движение, *statos* – покой, равновесие. То есть, «кинетостатика» означает «равновесие в движении» или «динамическое равновесие». Уравнения кинетостатики звена механизма, как твердого тела, в векторной форме имеют вид:

$$\bar{P} + \bar{R} + \bar{\Phi} = 0, \quad \bar{M}_O^{(P)} + \bar{M}_O^{(R)} + \bar{M}_O^{(\Phi)} = 0,$$

Здесь \bar{P} , \bar{R} – главные векторы активных сил и сил реакций, приложенных к звену, $\bar{\Phi}$ – главный вектор сил инерции звена; $\bar{M}_O^{(P)}$, $\bar{M}_O^{(R)}$ – главные моменты активных сил и сил реакций относительно некоторого центра O , $\bar{M}_O^{(\Phi)}$ – главный вектор сил инерции звена относительно того же центра O . Главный вектор и главный момент сил инерции звена вычисляются по формулам:

$$\bar{\Phi} = -m \cdot \bar{w}_S, \quad \bar{M}_O^{(\Phi)} = -J_O \bar{\varepsilon} - \bar{\omega} \times (J_O \bar{\omega}) - m \bar{r}_S \times \bar{w}_O,$$

где \bar{r}_S – радиус-вектор, \bar{w}_S – ускорение центра масс, \bar{w}_O – ускорение центра O , m – масса звена; $\bar{\omega}$ – угловая скорость, $\bar{\varepsilon} = d\bar{\omega}/dt$ – угловое ускорение звена, J_O – тензор инерции звена относительно центра O . *Таким образом, в каждый момент времени, действующие на звено силы уравновешиваются силами инерции звена, а моменты сил, приложенные к звену, уравновешиваются моментами сил инерции звена.* Это утверждение представляет собой известный

из теоретической механики принцип Даламбера, сформулированный по отношению к твердому телу.

В случае плоского механизма, вектор главного момента сил инерции звена относительно центра масс S будет определяться своими декартовыми координатами:

$$M_{Sx}^{(\Phi)} = J_{xz}\varepsilon - J_{yz}\omega^2, \quad M_{Sy}^{(\Phi)} = J_{yz}\varepsilon + J_{xz}\omega^2, \quad M_{Sz}^{(\Phi)} = -J_z\varepsilon.$$

В проекциях на оси декартовой системы координат векторные уравнения кинестатики звена равносильны шести скалярным уравнениям:

$$\begin{aligned} P_x + R_x + \Phi_x &= 0, & M_x^{(P)} + M_x^{(R)} + M_x^{(\Phi)} &= 0, \\ P_y + R_y + \Phi_y &= 0, & M_y^{(P)} + M_y^{(R)} + M_y^{(\Phi)} &= 0, \\ P_z + R_z + \Phi_z &= 0, & M_z^{(P)} + M_z^{(R)} + M_z^{(\Phi)} &= 0. \end{aligned}$$

Если механизм плоский и Oxy – плоскость движения звеньев, то три из приведенной системы уравнений становятся тождественно равными нулю и остаются лишь три скалярных уравнения кинестатики для каждого звена:

$$\begin{aligned} P_x + R_x + \Phi_x &= 0, \\ P_y + R_y + \Phi_y &= 0, & M_z^{(P)} + M_z^{(R)} + M_z^{(\Phi)} &= 0. \end{aligned}$$

Таким образом, для пространственного механизма требуется составить и решить $6(n-1)$, а для плоского – $3(n-1)$ скалярных уравнений кинестатики, где n – число звеньев механизма. Эти системы уравнений могут быть решены аналитически, а в случае плоского механизма векторные уравнения сил удобно решать с помощью метода векторных планов. Для каждого нового положения механизма систему уравнений кинестатики необходимо составлять и решать заново. Поэтому силовой расчет механизма является довольно трудоемкой задачей, решение которой целесообразно автоматизировать с помощью компьютера.

9.3. Теорема Жуковского

Как известно, динамика одноподвижного механизма с идеальными связями подчиняется принципу Даламбера, который может быть сформулирован в следующем виде:

$$P(F_y) + \sum_i P(F_i) = 0,$$

где $P(F_y)$ – мгновенная мощность уравновешивающей силы, $P(F_i)$ – мгновенные мощности активных сил, действующих на механизм, включая силы

инерции. В качестве уравнивающей силы выступает сила, развиваемая приводом механизма.

В случаях, когда ставится задача вычисления только обобщенных движущих сил, проводить трудоемкий расчет по уравнениям кинестатики нецелесообразно. Если имеются векторные планы скоростей, то определить движущую силу или момент можно методом Жуковского, который основан на принципе Даламбера и теореме Жуковского:

- *Мгновенная мощность силы, приложенной к звену, пропорциональна моменту этой же силы относительно полюса повернутого на 90^0 плана скоростей механизма.*

Для доказательства теоремы рассмотрим звено механизма (Рис. 34,а).

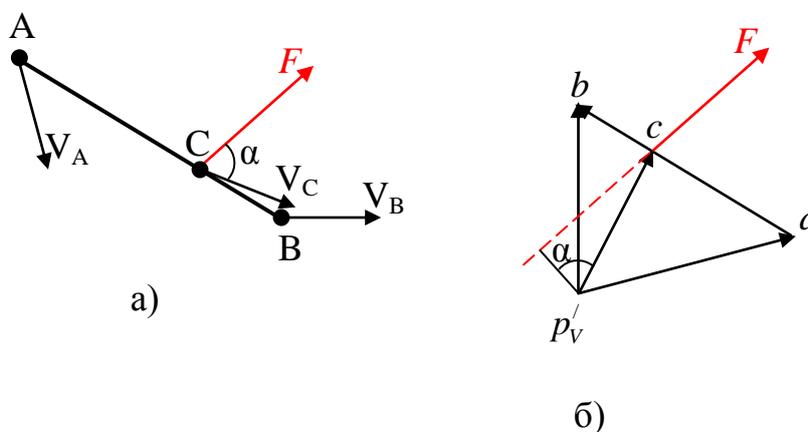


Рис. 34

Мгновенная мощность силы F определяется равенством:

$$P(F) = F \cdot V_C \cdot \cos \alpha ,$$

где V_C – абсолютная скорость точки C , в которой действует сила.

Момент силы F относительно полюса повернутого на 90^0 плана скоростей, как видно из рис. 34б, вычисляется по формуле:

$$m_{p'_v}(F) = F \cdot (p'_v c) \cdot \cos \alpha .$$

Так как $V_C = \mu_v (p'_v c)$, где μ_v – масштаб плана скоростей, то окончательно имеем:

$$P(F) = \mu_v \cdot m_{p'_v}(F) ,$$

что и требовалось доказать.

9.4. Определение обобщенной движущей силы методом Жуковского

Метод Жуковского состоит в следующем.

- План скоростей поворачивается на 90^0 в любую сторону (как правило, против часовой стрелки).
- В точки повернутого плана скоростей параллельно переносятся активные силы, действующие на соответствующие точки звеньев механизма.
- Выбирается направление уравновешивающей силы, приложенной к входному звену.
- Составляется уравнение моментов сил относительно полюса повернутого плана скоростей, откуда определяется уравновешивающая сила:

$$F_y = -l^{-1} \sum_i M_i,$$

где M_i – моменты всех действующих на механизм сил, включая силы инерции, вычисленные относительно полюса повернутого плана скоростей, l – плечо уравновешивающей силы на повернутом плане скоростей.

Если на звено действует вращающий момент M , то его приведение к повернутому плану скоростей осуществляется следующим образом.

- Вращающий момент заменяется парой сил, как показано на рис. 35,а.
- Силы, составляющие пару, переносятся в соответствующие точки повернутого плана скоростей (Рис. 35,б).
- Приведенный момент рассчитывается по формуле:

$$M' = \frac{(ab)}{AB} M.$$

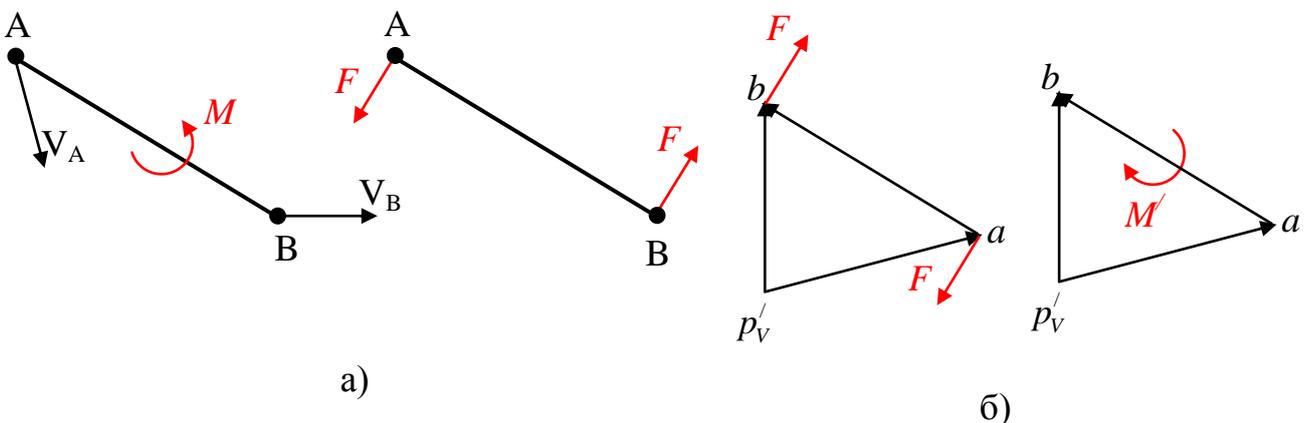


Рис. 35

Контрольные вопросы

1. Что известно о равнодействующей сил реакции в высшей кинематической паре? В низшей паре?
2. Что означает термин «кинетостатика»?
3. Запишите уравнения кинетостатики звена. Дайте словесную формулировку.
4. Что такое уравновешивающая сила?
5. Сформулируйте принцип Даламбера для механизма с одной степенью свободы, используя понятие мгновенной мощности силы.
6. Сформулируйте и докажите теорему Жуковского.
7. Как определяется уравновешивающая сила методом Жуковского?
8. Каким образом момент, действующий на звено механизма, учитывается при вычислении уравновешивающей силы методом Жуковского?

ЛЕКЦИЯ 10

Пример силового анализа плоского механизма методом кинетостатики для одного положения. Вычисление движущего момента методом Жуковского.

10.1. Силовой анализ механизма методом кинетостатики

Найдем силы реакций в кинематических парах и движущий момент, приложенный к кривошипу 1, для положения механизма, изображенного на рис. 36.

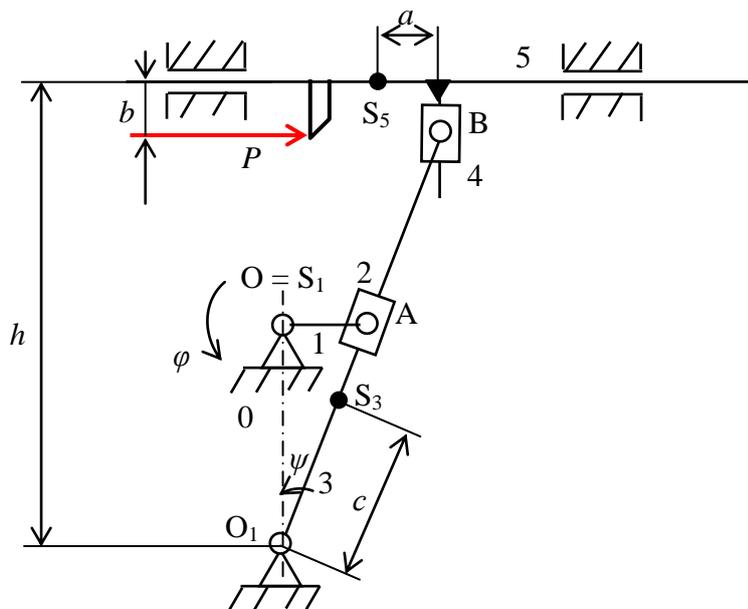


Рис. 36

Размеры звеньев механизма и закон движения кривошипа приведены в таблице 2. Значение силы резания P и параметры звеньев даны в таблице 3.

Таблица 2

$l_{OA}, м$	$l_{OIO}, м$	$l_{OIB}, м$	Закон движения кривошипа 1, $рад$	$\omega, рад/с$
0.1	0.3	0.6	$\varphi = \omega t$	4

Таблица 3

$P, кН$	$h, м$	$a, м$	$b, м$	$c, м$	$m_1, кг$	$m_3, кг$	$m_5, кг$	$J_3, кг \cdot м^2$
1.2	0.70	0.10	0.10	0.25	5	10	12	0.3

План скоростей механизма для заданного положения приведен на рис. 37,а, план ускорений – на рис. 37,б. Значения ускорений звеньев даны в таблице 4.

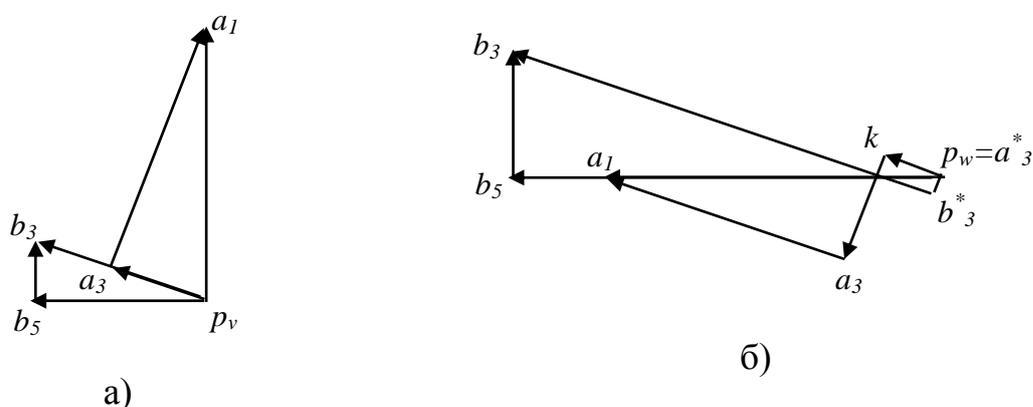


Рис. 37

Таблица 4

$w_{S3}, м/с^2$	$w_{S5}, м/с^2$	$\varepsilon_3, рад/с^2$
0.97	2.20	3.87

На кинематической схеме буквой S с указанием номера звена обозначены центры масс соответствующих звеньев. Массами ползушек 2 и 4, а также силами трения в кинематических парах пренебрегаем.

Рассмотрим выходную группу звеньев 5-4. Выделим суппорт 5, обозначая все действующие на него силы (рис. 38).

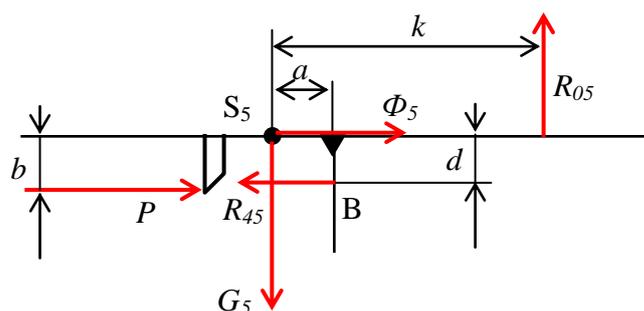


Рис. 38

Сила инерции суппорта Φ_5 приложена в его центре масс и направлена в сторону, противоположную ускорению w_{B5} . Равнодействующая сил тяжести суппорта G_5 также приложена в центре масс и направлена вертикально вниз. Сила реакции R_{45} со стороны ползушки 4 приложена в точке В, так как ползушки имеют малые линейные размеры, и направлена под прямым углом к поверхности, вдоль которой перемещается ползушка 4. Равнодействующая R_{05} сил реакции стойки направлена под прямым углом к поверхности, вдоль которой перемещается суппорт, но плечо k этой силы относительно центра масс суппорта неизвестно. Проанализировав нагрузку на суппорт 5, заключаем, что необходимо определить три неизвестные величины: модули сил реакций R_{45} , R_{05} и расстояние k . Для этого нам необходимо составить и решить три независимых уравнения кинетостатики звена. Уравнение сил в горизонтальном направлении имеет вид (силы, направленные вправо, учитываются со знаком «+»):

$$P + \Phi_5 - R_{45} = 0,$$

откуда $R_{45} = P + \Phi_5 = P + m_5 w_5 = 1200 + 12 \cdot 2.2 = 1226.4 \text{ Н}$. Уравнение сил в вертикальном направлении (силы, направленные вверх, учитываются со знаком «+»):

$$R_{05} - G_5 = 0,$$

откуда $R_{05} = G_5 = m_5 g = 12 \cdot 9.81 = 117.72 \text{ Н}$. Уравнение моментов относительно центра масс S_5 суппорта (моменты сил, действующие против часовой стрелки, учитываются со знаком «+»):

$$b \cdot P + k \cdot R_{05} - d \cdot R_{45} = 0,$$

откуда $k = \frac{d \cdot R_{45} - b \cdot P}{R_{05}}$. Плечо d , согласно рис. 36, найдем из соотношения

$$d = h - l_{O1B} \cdot \cos \psi = h - l_{O1B} \frac{l_{O1O}}{\sqrt{l_{O1O}^2 + l_{OA}^2}} = 0.70 - 0.6 \cdot \frac{0.3}{\sqrt{0.3^2 + 0.1^2}} = 0.13 \text{ м}.$$

Соответственно, $k = \frac{0.13 \cdot 1226.4 - 0.1 \cdot 1200}{117.72} = 0.36 \text{ м}$.

Теперь перейдем к группе звеньев 2-3. Выделим кулису 3, обозначая все действующие на нее силы (рис. 39).

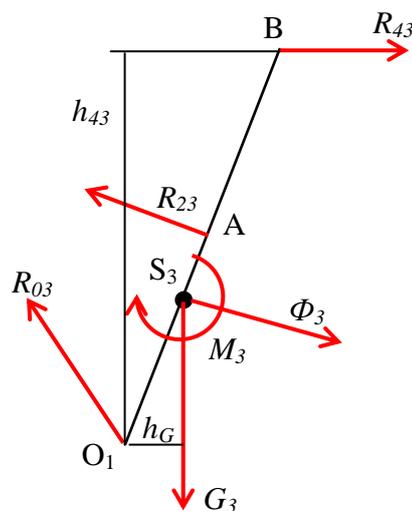


Рис. 39

Сила тяжести кулисы $G_3 = m_3 g = 10 \cdot 9.81 = 98.1 \text{ Н}$, направлена вертикально вниз.

Сила инерции $\bar{\Phi}_3 = -m_3 \bar{w}_{S_3}$, где \bar{w}_{S_3} - ускорение центра масс S_3 кулисы.

Абсолютная величина силы инерции кулисы $\Phi_3 = m_3 w_{S_3} = 10 \cdot 0.97 = 9.7 \text{ Н}$, направление – в сторону, противоположную ускорению центра масс. Момент сил инерции собственного вращения кулисы по абсолютной величине $M_3 = J_3 \varepsilon_3$, где ε_3 - угловое ускорение кулисы, указанное в таблице 4.

Тогда $M_3 = J_3 \varepsilon_3 = 0.3 \cdot 3.87 = 1.16 \text{ Н} \cdot \text{м}$, направление момента сил инерции кулисы – в сторону, противоположную угловому ускорению. Сила реакции R_{43} со стороны ползушки 4 равна по модулю реакции R_{45} и направлена в противоположную сторону. Реакция R_{23} со стороны ползушки 2 направлена перпендикулярно перемещению ползушки 2, но неизвестен ее модуль. Реакция R_{03} со стороны стойки неизвестна ни по модулю, ни по направлению (на рис. 39 направление этой реакции указано произвольно).

Величину реакции R_{23} определим из уравнения моментов относительно точки O_1 :

$$R_{23} l_{O_1 A} - h_{43} R_{43} - l_{O_1 S_3} \Phi_3 - h_G G_3 - M_3 = 0,$$

откуда $R_{23} = (h_{43} R_{43} + l_{O_1 S_3} \Phi_3 + h_G G_3 + M_3) / l_{O_1 A}$. Плечо силы R_{43}

$$h_{43} = l_{O_1 B} \frac{l_{O_1 O}}{\sqrt{l_{O_1 O}^2 + l_{O_1 A}^2}} = 0.6 \cdot \frac{0.3}{\sqrt{0.3^2 + 0.1^2}} = 0.57 \text{ м}, \quad \text{плечо силы тяжести}$$

$$h_G = l_{O_1 S_3} \frac{l_{O_1 A}}{\sqrt{l_{O_1 O}^2 + l_{O_1 A}^2}} = 0.25 \cdot \frac{0.1}{\sqrt{0.3^2 + 0.1^2}} = 0.08 \text{ м}. \quad \text{Следовательно,}$$

$$R_{23} = (0.57 \cdot 1226.4 + 0.25 \cdot 9.7 + 0.08 \cdot 98.1 + 1.16) / 0.316 = 2248.1 \text{ Н}.$$

Реакцию R_{03} определим путем построения векторного плана сил. Векторное уравнение сил имеет вид

$$\bar{R}_{03} + \bar{R}_{43} + \bar{R}_{23} + \bar{G}_3 + \bar{\Phi}_3 = 0.$$

Пусть реакция R_{43} отображается на плане отрезком длины 50 мм. Тогда масштаб плана сил $\mu_F = 1226.4/50 = 24.528 \text{ Н/мм}$. Отрезок, изображающий реакцию R_{23} : $2248.1/24.528 = 91.7 \text{ мм}$; отрезки, изображающие силы G_3 и Φ_3 равны 4 мм и 0.4 мм соответственно. Ввиду малости отрезка, изображающего силу Φ_3 , пренебрежем в расчете этой силой. План сил, построенный в принятом масштабе, представлен на рис. 40.

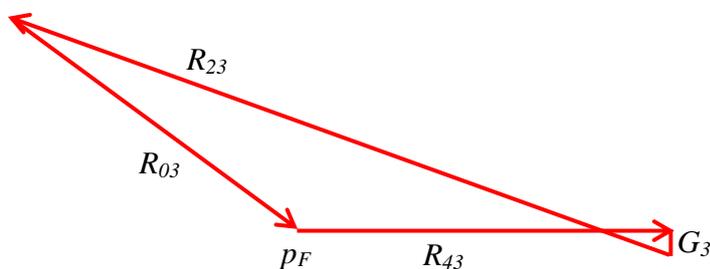


Рис. 40

Отрезок, изображающий реакцию R_{03} , равен 47 мм, следовательно, $R_{03} = 47 \cdot 24.528 = 1152.8 \text{ Н}$.

Рассмотрим начальную группу звеньев «стойка – кривошип». Выделим кривошип 1, обозначая все действующие на него силы (рис. 41).

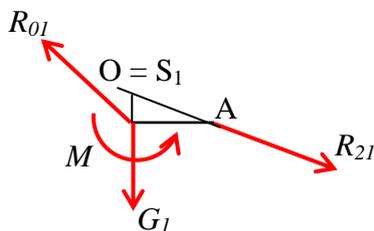


Рис. 41

На кривошип действует сила тяжести $G_1 = m_1 g = 5 \cdot 9.81 = 49.1 \text{ Н}$; реакция со стороны ползушки 2, равная по модулю R_{23} и направленная в противоположную сторону; реакция со стороны стойки R_{01} , не известная ни по

модулю, ни по направлению (на рис. 15 эта реакция обозначена произвольно) и движущий момент M , не известный по величине.

Движущий момент M найдем из уравнения моментов относительно точки O :

$$M - h_{21}R_{21} = 0,$$

где $h_{21} = l_{OA} \cdot \frac{l_{OA}}{\sqrt{l_{O1O}^2 + l_{OA}^2}} = 0.1 \cdot \frac{0.1}{\sqrt{0.3^2 + 0.1^2}} = 0.0316_m$ - плечо силы R_{21} относительно точки O .

Получаем $M = h_{21}R_{21} = 0.0316 \cdot 2248.1 = 71.1H \cdot m$.

Реакцию R_{01} определим, построив план сил. Векторное уравнение сил, действующих на кривошип 1, имеет вид

$$\bar{R}_{21} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{01} = 0.$$

План сил в масштабе $\mu_F = 24.528H / мм$ представлен на рис. 42.

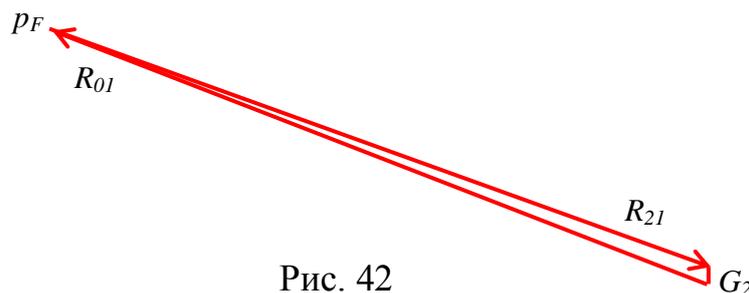


Рис. 42

Отрезок, изображающий на плане реакцию R_{01} , равен 92 мм , следовательно $R_{01} = 92 \cdot 24.528 = 2256.6H$.

10.2. Определение движущего момента методом Жуковского

Вычислим движущий момент M , действующий на кривошип 1 в рассматриваемом положении механизма (рис. 36). Ввиду малости сил инерции кулисы 3 по сравнению с другими силами, пренебрежем их величиной. Тогда расположение активных сил на повернутом плане скоростей механизма будет иметь вид (рис. 43). Уравнение моментов относительно полюса p_v :

$$(p_v a_1)P_y = (p_v b_3)(P + \Phi_3) + (p_v s_3)G_3 \cdot \sin \psi.$$

Считая длину отрезка $p_v a_1$ равной единице, будем иметь:

$$p_v a_3 = \sin \psi = \frac{l_{OA}}{l_{O1A}} = \frac{0.1}{0.316} = 0.316, \quad p_v b_3 = \frac{l_{O1B}}{l_{O1A}} (p_v a_3) = \frac{0.6}{0.316} \cdot 0.316 = 0.6,$$

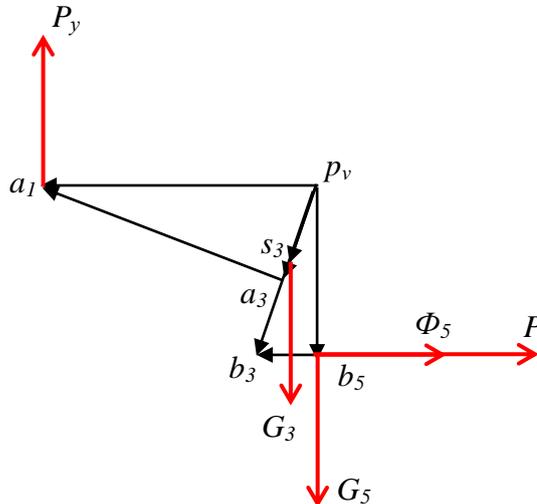
$$p_v b_5 = (p_v b_3) \cos \psi = (p_v b_3) \frac{l_{O1O}}{l_{O1A}} = 0.6 \cdot \frac{0.3}{0.316} = 0.57, \quad p_v s_3 = 0.25.$$


Рис. 43

Тогда уравновешивающая сила P_y

$$P_y = 0.57(1200 + 26.4) + 0.25 \cdot 0.316 \cdot 98.1 = 706.8 \text{ Н}.$$

Движущий момент, приложенный к кривошипу 1,

$$M = l_{OA} \cdot P_y = 0.1 \cdot 706.8 = 70.7 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

что подтверждает правильность расчетов, выполненных в п. 10.1.

ЛЕКЦИЯ 11

Математическое моделирование динамики машин. Модели динамики механизмов с одной степенью свободы. Приведение сил и моментов к входному звену механизма.

11.1. Математическое моделирование динамики машин

Моделью (от лат. *modulus* – образец, мера) называется устройство, обладающее основными свойствами изучаемого объекта. Моделирование как метод исследования применяется тогда, когда изучаемый объект, по каким-либо причинам, частично или полностью недоступен. Такая ситуация возникает при проектировании принципиально новой техники, так как для обоснования принимаемых проектных решений необходимо исследовать систему, пока еще

не существующую физически. Моделирование может быть *натурным*, когда модель имеет ту же физическую природу, что и изучаемый объект; *аналоговым*, когда модель и объект имеют различную физическую природу. Если свойства изучаемого объекта выражены математическими соотношениями (уравнениями, неравенствами), то говорят о наличии *математической модели*. Высокий уровень развития вычислительной техники и программного обеспечения, достигнутый к настоящему времени, позволяет рассматривать математическое моделирование как мощный инструмент научных исследований. Так как современные машины представляют собой технически сложные изделия, проектирование и подготовка к производству которых должны осуществляться в достаточно сжатые сроки, значение математического моделирования с использованием компьютеров является определяющим. Поэтому *системы автоматизированного проектирования* (САПР) машин обязательно включает в себя подсистему математического моделирования динамики, которая позволяет в автоматизированном режиме разрабатывать математические модели динамики проектируемого изделия, проводить их исследование, решать инженерные задачи оптимизации и синтеза.

11.2. Модели динамики механизмов с одной степенью свободы

Наиболее простая математическая модель динамики механизма разрабатывается при следующих допущениях:

- звенья механизма абсолютно жесткие;
- зазоры в кинематических парах отсутствуют.

Такие допущения обоснованы при исследовании динамики механизмов на ранних этапах проектирования. В некоторых случаях, например, при проектировании механизмов приборов и машин малой мощности, предположение об абсолютной жесткости звеньев вполне справедливо. С учетом допущений будем иметь модель динамики механизма, учитывающую только его структурные, кинематические и инерционные свойства. Большинство механизмов представляются как *голономные* механические системы, в которых число обобщенных координат совпадает с числом степеней свободы. Для этих механизмов справедливы *уравнения Лагранжа II рода*:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j,$$

$$j = 1, 2, \dots, m,$$

где T – кинетическая энергия системы, q_j – *обобщенные координаты*, Q_j – *обобщенные силы*. Уравнения Лагранжа II рода широко используются при изучении движения систем с большим числом степеней свободы, так как позволяют получить замкнутую систему дифференциальных уравнений динамики, не принимая в расчет реакции связей.

Механизмы с одной степенью свободы могут иметь большое число звеньев и двигаться под действием многих сил. Но, с учетом принятых допущений, их динамические модели представляются в виде двухзвенных механизмов, включающих неподвижную стойку и звено приведения, за которое, как правило, принимается входное звено. Модель механизма с поступательным звеном приведения показана на рис. 44,а, с вращательным – на рис. 44,б.

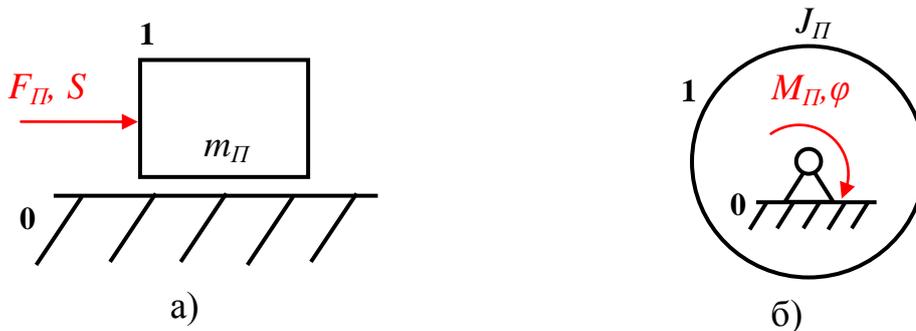


Рис. 44

На рис. 44,а F_{Π} – приведенная сила, m_{Π} – приведенная масса механизма; на рис. 44,б M_{Π} – приведенный момент, J_{Π} – приведенный момент инерции механизма; S, φ – линейное и угловое положения звеньев приведения. Приведенная сила (момент) представляет собой сумму всех действующих на механизм сил, приведенных к поступательному (вращательному) звену приведения; Приведенная масса (момент инерции) механизма характеризует инерцию механизма по отношению к звену приведения. В общем случае приведенные масса и момент инерции являются функциями координаты звена приведения.

Динамика таких моделей описывается уравнениями, следующими из уравнений Лагранжа II рода

$$m_{\Pi}(S) \frac{d^2 S}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial m_{\Pi}(S)}{\partial S} \left(\frac{dS}{dt} \right)^2 = F_{\Pi},$$

для модели с поступательным звеном приведения;

$$J_{\Pi}(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial J_{\Pi}(\varphi)}{\partial \varphi} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = M_{\Pi},$$

для модели с вращательным звеном приведения. Имея в наличии эти уравнения, можно рассчитать движущую силу (момент), необходимую для обеспечения заданного закона движения звена приведения или, наоборот, рассчитать закон движения звена приведения, располагая информацией о движущей силе (моменте). Определение закона движения звена приведения сводится к интегрированию уравнений динамики модели с учетом заданных начальных условий. Для того чтобы применить данные уравнения динамики,

требуется предварительно вычислить приведенные силовые и инерционные характеристики механизма.

11.3. Вычисление приведенной силы (момента)

Приведенная сила рассчитывается из условия, что ее мгновенная мощность равна сумме мгновенных мощностей всех приводимых сил F_j и моментов M_j , действующих на звенья механизма:

$$P(F_{\Pi}) = \sum_j [P(F_j) + P(M_j)].$$

Так как мощность рассчитывается по формулам

$$P(F_j) = F_j v_j \cos \alpha_j, \quad P(M_j) = M_j \omega_j,$$

где v_j – абсолютные скорости точек приложения сил F_j , α_j – углы между векторами скоростей и сил; ω_j – угловые скорости звеньев,

то из условия равенства мгновенных мощностей получим

$$F_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi} = \sum_j [F_j v_j \cos \alpha_j + M_j \omega_j],$$

где α_{Π} – угол между приведенной силой и вектором скорости v звена приведения. Как правило, $\alpha_{\Pi} = 0$ и $\cos \alpha_{\Pi} = 1$. С учетом этого формула принимает вид

$$F_{\Pi} = v^{-1} \sum_j [F_j v_j \cos \alpha_j + M_j \omega_j].$$

Аналогично, приведенный момент сил

$$M_{\Pi} = \omega^{-1} \sum_j [F_j v_j \cos \alpha_j + M_j \omega_j].$$

Отношения v_j/v , v_j/ω , ω_j/v и ω_j/ω – первые передаточные функции механизма (аналоги скоростей), поэтому приведенные силы и момент зависят как от внешних нагрузок, так и от кинематических свойств механизма.

Если в механизме имеются только звенья, вращающиеся вокруг неподвижных осей, то получим более простую формулу для приведенного момента

$$M_{\Pi} = \omega^{-1} \sum_j M_j \omega_j = \sum_j M_j i_{\Pi j}^{-1},$$

где $i_{\Pi j} = \omega / \omega_j$ - передаточное отношение от звена приведения к звену j .

Влияние трения в кинематических парах можно приближенно учесть, задавшись значением КПД механизма η

$$M_{\Pi} = M_k (i_{\Pi k} \eta)^{-1},$$

где k – номер выходного звена механизма.

Приведенную силу можно рассчитать также графоаналитическим методом Жуковского, так как $\bar{F}_{\Pi} = -\bar{F}_y$.

Контрольные вопросы

1. Что называют математической моделью объекта исследования?
2. Какие допущения принимаются при разработке простейших моделей динамики механизмов?
3. Запишите уравнения Лагранжа II рода для голономной системы с несколькими степенями свободы.
4. Каким образом моделируется динамика одноподвижных механизмов?
5. Что такое приведенная сила (момент)?
6. Что характеризует приведенная масса (момент инерции) механизма?
7. На основе какого утверждения вычисляется приведенная сила (момент)?
8. Как учесть трение в механизме при расчете приведенного момента?

ЛЕКЦИЯ 12

Приведение масс звеньев механизма к входному звену. Моделирование динамики механизмов с учетом упругой податливости звеньев.

12.1. Вычисление приведенной массы (момента инерции)

Приведенная масса рассчитывается исходя из того, что кинетическая энергия звена приведения должна быть равна кинетической энергии всего механизма:

$$\frac{1}{2} m_{\Pi} v^2 = \frac{1}{2} \sum_j \left[m_j v_j^2 + J_j \omega_j^2 \right],$$

откуда

$$m_{\Pi} = v^{-2} \sum_j \left[m_j v_j^2 + J_j \omega_j^2 \right].$$

Аналогично для вращательного звена приведения

$$J_{\Pi} = \omega^{-2} \sum_j \left[m_j v_j^2 + J_j \omega_j^2 \right].$$

Если в механизме все звенья вращательные, то формула для расчета приведенного момента инерции принимает вид:

$$J_{\Pi} = \omega^{-2} \sum_j J_j \omega_j^2 = \sum_j J_j i_{\Pi j}^{-2}.$$

Пример

Получить уравнение динамики электромеханического привода, схема которого дана на рис. 45.

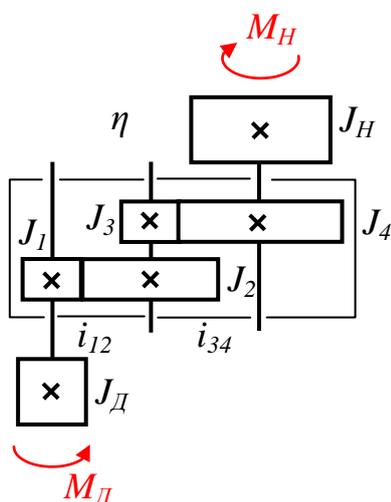


Рис. 45

Привод состоит из электродвигателя и двухступенчатого цилиндрического редуктора. Момент инерции ротора двигателя J_D , вращающий момент двигателя – M_D . J_j , $j = 1, 2, 3, 4$ - моменты инерции зубчатых колес, J_H – момент инерции нагрузки на выходном валу привода, M_H – момент нагрузки. i_{12}, i_{34} - передаточные отношения ступеней, η – КПД редуктора.

Выберем в качестве звена приведения вал двигателя. Рассчитаем приведенный момент:

$$M_{\Pi} = M_D - M_H (i_{12} i_{34} \eta)^{-1}.$$

Рассчитаем приведенный момент инерции:

$$J_{\Pi} = J_{\text{д}} + J_1 + (J_2 + J_3)i_{12}^{-2} + (J_4 + J_H)(i_{12}i_{34})^{-2}.$$

Так как приведенный момент инерции привода не зависит от положения вала двигателя, то $\partial J_{\Pi} / \partial \varphi = 0$ и уравнение динамики привода будет иметь вид:

$$J_{\Pi} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_{\Pi},$$

где φ – угол поворота вала двигателя.

12.2. Моделирование динамики механизмов с учетом упругой податливости звеньев

Под действием больших нагрузок звенья механизма проявляют упругие свойства, что оказывает влияние на работу машины, как в статическом, так и в динамическом режимах. Деформации звеньев влияют на точность позиционирования рабочего органа машины, являются причиной колебаний и, как следствие, более высоких значений сил реакций в кинематических парах по сравнению с абсолютно жесткой моделью. Поэтому при проектировании мощных машин, механизмы которых воспринимают значительные силовые нагрузки, необходимо учитывать упругую податливость звеньев механизмов.

Выбор упругой модели механизма связан с определением жесткостей его конструктивных элементов, что требует дополнительного анализа конструкции. Неточность методов расчета, а также неизбежные отклонения действительных значений параметров упругих элементов от номинальных значений, часто не позволяют получить более высокую точность результатов по сравнению с результатами расчета «жесткой» модели механизма. Это обстоятельство становится особенно существенным тогда, когда в расчет вводится много упругих элементов. Поэтому при составлении расчетной схемы следует учитывать только те упругие элементы, влияние которых в рамках решаемой задачи является наибольшим. Инженерный опыт проектирования машин показывает, что при построении упругой модели звенья исполнительного механизма могут считаться абсолютно жесткими, так как их упругие деформации пренебрежимо малы по сравнению с деформациями звеньев передаточных механизмов. При этом число степеней свободы модели возрастает и становится равным $2m$, где m – число степеней свободы соответствующего «жесткого» механизма.

Упругая податливость передаточного механизма в основном определяется крутильной податливостью валов, упругими деформациями в соединительных муфтах и зубчатых зацеплениях. Модель динамики упругой передачи представляется как последовательное соединение абсолютно

жесткого механизма с эквивалентным упругим элементом, параметры которого учитывают упругие и диссипативные свойства моделируемого механизма (рис. 46).

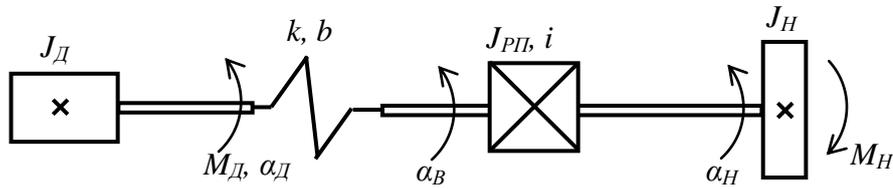


Рис. 46

На схеме обозначены: $J_D, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ – момент инерции ротора двигателя, $\alpha_D, \text{ рад}$ – угол поворота ротора двигателя, $k, \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$ – приведенный коэффициент жесткости механической передачи, $b, \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}/\text{рад}$ – приведенный коэффициент потерь на деформацию, α_B – угол поворота входного вала редуктора, $J_{РП}$ – момент инерции редуктора, приведенный к выходному валу редуктора, i – передаточное отношение редуктора, α_H – угол поворота выходного вала редуктора, J_H – момент инерции нагрузки, $M_D, \text{ Н}\cdot\text{м}$ – момент двигателя, M_H – момент нагрузки. Стойка на схеме условно не показана.

Параметрами эквивалентного упругого элемента являются приведенные коэффициент жесткости и коэффициент потерь на деформацию в механической передаче. Момент, развиваемый на эквивалентном упругом элементе, описывается равенством

$$M_{\text{э}} = k(\alpha_D - \alpha_B) + b(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_B).$$

Тепловые потери на деформацию обусловлены внутренним трением в материалах, которое проявляется в процессе деформации звеньев. Определение примерных значений коэффициентов k и b при проектировании механизма требует его конструкторской проработки и осуществляется методами, разрабатываемыми в материаловедении и сопротивлении материалов.

Динамическая модель упругой механической передачи, представленная на рис. 46, имеет две степени свободы и является линейной. Уравнения динамики модели имеют вид:

$$M_D \ddot{\alpha}_D = J_D \ddot{\alpha}_D + b(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_B) + k(\alpha_D - \alpha_B) + i^{-1} [M_H + J_{РП} \ddot{\alpha}_H + M_H],$$

Контрольные вопросы

1. На основе какого утверждения вычисляется приведенная масса (момент инерции) механизма?
2. Запишите формулу для расчета приведенного момента инерции механизма, в котором имеются только вращательные звенья.
3. Зависит ли приведенная инерционная характеристика механизма от его КПД? Обоснуйте свой ответ.
4. В каких случаях при проектировании механизмов следует учитывать упругие свойства звеньев?
5. Целесообразно ли, моделируя динамику механизма, вводить в расчет большое количество упругих элементов? Обоснуйте свой ответ.
6. Что такое эквивалентный упругий элемент? Какими параметрами он характеризуется?
7. Сколько степеней свободы будет иметь простейшая упругая модель одноподвижного механизма?

ЛЕКЦИЯ 13

Трение в кинематических парах. Трение скольжения, качения. Силовой анализ механизмов с учетом трения в кинематических парах. Движение механизма под действием приложенных сил.

13.1. Трение в кинематических парах

Трение возникает при относительном смещении звеньев, составляющих кинематические пары механизма, и представляет собой сложный физико-химический процесс. Оно проявляется в сопротивлении относительному смещению соприкасающихся поверхностей звеньев, на преодоление которого затрачивается энергия. Влияние трения в кинематических парах может быть как полезным (в самотормозящихся и фрикционных механизмах), так и вредным (уменьшение КПД и долговечности механических передач, ухудшение качества управления в автоматических системах).

В зависимости от вида относительного движения звеньев различают трение скольжения и трение качения. Если одно звено перемещается поступательно относительно другого звена, то трение соприкасающихся поверхностей этих звеньев будет называться трением скольжения. Если одно звено перекачивается по другому звену, то возникающее при этом трение будет трением качения. Мерой интенсивности сопротивления относительному

движению звеньев в этих случаях принято считать силу трения F_T или момент сил трения M_T .

13.2. Трение скольжения

Трение скольжения обусловлено в основном деформациями микронеровностей и межатомным взаимодействием материалов звеньев и разделяющего их слоя смазки в зоне контакта. Оно может быть сухим, граничным или жидкостным. При сухом трении в зоне контакта звеньев нет смазки, при граничном – толщина масляной пленки меньше суммарной высоты микронеровностей соприкасающихся поверхностей. При жидкостном трении слой смазки полностью разделяет трущиеся поверхности, поэтому они не вступают в непосредственный контакт одна с другой. Условия, при котором возникает жидкостное трение, а также сопротивление в этом режиме трения определяются на основе гидродинамической теории смазки.

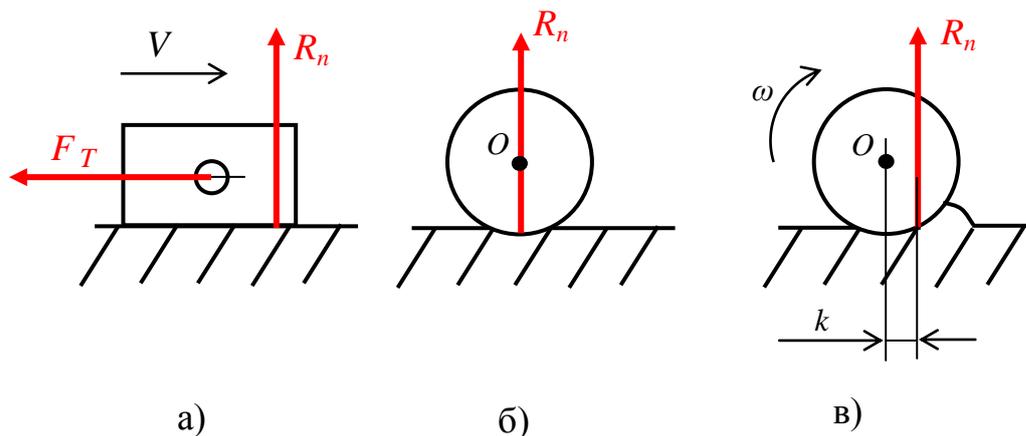


Рис. 47

Сила трения скольжения F_T направлена противоположно относительной скорости скольжения V (рис. 47,а); значение ее зависит от многих факторов. В случае сухого и граничного трения с достаточной для практических целей точностью сила трения вычисляется по формуле

$$F_T = f \cdot R_n,$$

где f – безразмерный коэффициент трения скольжения, который для конкретных условий считается постоянным; R_n – сила нормального давления между проскальзывающими поверхностями (рассчитывается при силовом анализе механизма). Значение коэффициента трения f зависит от материалов

трущейся пары, состояния контактирующих поверхностей (шероховатость, характер обработки), вида и количества смазки, а также, в меньшей степени, от скорости скольжения. Во многих инженерных расчетах приходится учитывать так называемый коэффициент сцепления f_0 . Он характеризует наибольшее сопротивление относительно сдвигу соприкасающихся поверхностей в момент времени, предшествующий началу движения. Явление сцепления широко используется в технике, например, во фрикционных передачах, муфтах и др. Сила сцепления определяется формулой $F_0 = f_0 \cdot R_n$, причем для большинства материалов $f_0 > f$. Средние значения коэффициентов сухого трения скольжения f для некоторых материалов содержатся в таблице 5.

Таблица 5

Наименование материалов пар трения	f
Сталь-сталь (или чугун серый)	0.15 – 0.20
Сталь-алюминий	0.18 – 0.20
Сталь-бронза оловянная	0.16
Сталь-латунь	0.19
Сталь-резина	0.35 – 0.40
Сталь-медь	0.15
Медь-медь	0.20
Медь-латунь	0.27
Медь-алюминий	0.27
Бронза-бронза	0.20

13.3. Трение качения

Трение качения возникает при перекачивании без проскальзывания одного тела по другому, например, при перекачивании тяжелого цилиндра по плоскости. Возникновение сопротивления качению обусловлено несколькими причинами, суть явления состоит в следующем. Цилиндр и плоскость под действием тяжести цилиндра деформируются (рис. 47,б), в результате чего в зоне контакта образуется маленькая площадка. При относительном покое тел, эпюра распределения сил давления имеет симметричный вид и равнодействующая сил давления проходит через ось O цилиндра. При перекачивании цилиндра по плоскости (рис. 47,в) происходит непрерывная упругая деформация поверхностных слоев, из-за чего прежнее симметричное положение эпюры давлений нарушается. При качении реакция R_n смещается в сторону движения на небольшую величину k . Это смещение (плечо трения качения) и определяет сопротивление перекачиванию. Момент трения качения описывается формулой

$$M_T = k \cdot R_n,$$

Плечо k условно называется коэффициентом трения качения и выражается в единицах длины. Его значение зависит от материалов контактирующих тел, твердости поверхностных слоев, кривизны соприкасающихся поверхностей и условий нагружения. Потери энергии на трение при качении на один-два порядка меньше, чем при скольжении. Поэтому при проектировании механизмов стремятся заменить трение скольжения трением качения (применяют подшипники качения, шарико-винтовые пары и т.п.).

13.4. Силовой расчет механизмов с учетом трения в кинематических парах

При исследовании динамики механизма сила сухого трения в кинематических парах приближенно описывается зависимостью:

$$F_{CT}(V) = F_T \text{sign}(V),$$

где функция $\text{sign}(V)$ учитывает направление скорости относительного движения V , от которого зависит направление силы трения F_{CT} . Зависимость $F_{CT}(V)$ является нелинейной. Момент сухого трения во вращательной кинематической паре описывается аналогичным образом:

$$M_{CT}(\omega) = M_T \text{sign}(\omega),$$

где ω – угловая скорость одного звена относительно другого, M_T – абсолютная величина момента сухого трения.

Силовой анализ механизма с учетом трения сводится к совместному решению уравнений кинестатики, содержащих силы трения в качестве дополнительных неизвестных, и соотношений, являющихся математическими моделями кинематических пар с трением. При отсутствии избыточных связей, число неизвестных при этом становится равно числу уравнений, но полная система уравнений силового анализа оказывается нелинейной. Нелинейность уравнений вызывает ряд существенных осложнений при их решении, поэтому на практике часто ограничиваются выполнением силового анализа в первом приближении.

Силовой расчет механизма в первом приближении осуществляется следующим образом. На предварительном этапе, в предположении об отсутствии трения, вычисляются нормальные реакции в кинематических парах

механизма. Затем для каждого положения механизма вычисляются силы трения в кинематических парах, которые добавляются к активным силам, действующим на механизм. После этого силовой расчет выполняется заново, уже с учетом полученных ранее сил трения; при этом уточняются реакции в кинематических парах и значения обобщенных движущих сил.

13.5. Движение механизма под действием приложенных сил

При рассмотрении движения механизма различают три стадии (рис. 48): разгон до номинальной скорости за время t_p , установившееся движение в течение времени t_y и выбег за время t_B .

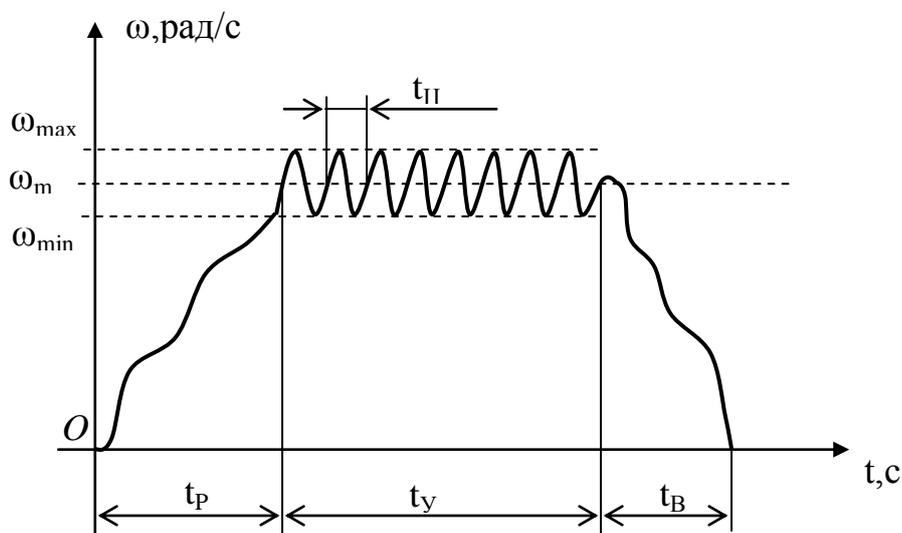


Рис. 48

Установившееся движение наиболее продолжительно; оно характеризуется равенством работы сил движущих и сопротивлений за время, кратное длительности цикла $t_{Ц}$. Вследствие этого мгновенная угловая скорость ω звена привода хотя и изменяется в пределах от ω_{min} до ω_{max} , однако ее среднее значение $\omega_m = const$. Уравнение динамики механизма для любой стадии движения может быть выражено в дифференциальной или интегральной форме. Для периода разгона и установившегося движения:

$$J_{II}\dot{\omega} + 0.5(\partial J_{II}/\partial \varphi)\omega^2 = M_D - M_{PC},$$

для торможения при выключенном двигателе:

$$J_{II}\dot{\omega} + 0.5(\partial J_{II}/\partial \varphi)\omega^2 = -M_{PC} - M_T,$$

где $M_{ПС}$, M_T – приведенные к валу двигателя моменты сил сопротивления и тормоза.

Контрольные вопросы

1. В чем проявляется трение звеньев, образующих кинематическую пару?
2. Что называется трением скольжения? Трением качения?
3. Дайте понятия сухого, граничного и жидкостного трения.
4. Запишите формулу, применяемую для расчета силы трения скольжения.
5. От каких факторов зависит коэффициент трения скольжения?
6. Что называют коэффициентом сцепления?
7. Каким образом возникает сопротивление качению одного звена относительно другого?
8. Запишите формулу, по которой определяется момент трения качения.
9. Что называют коэффициентом трения качения? В каких единицах он измеряется?
10. Как учитывается трение в кинематических парах при выполнении силового анализа механизма?
11. Чем обусловлены колебания мгновенной угловой скорости звена приведения в установившемся режиме?